ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ, ΕΡΕΥΝΑΣ ΚΑΙ ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ
ΙΝΣΤΙΤΟΥΤΟ ΕΚΠΑΙΔΕΥΤΙΚΗΣ ΠΟΛΙΤΙΚΗΣ

ΔΙΗΜΕΡΊΔΑ

Πλαίσιο λειτουργίας των μαθημάτων του μεταβατικού Προγράμματος Σπουδών της Γ' τάξης του Γενικού Λυκείου για το σχολικό έτος 2019-2020

ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ, ΕΡΕΥΝΑΣ ΚΑΙ ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ
ΙΝΣΤΙΤΟΥΤΟ ΕΚΠΑΙΔΕΥΤΙΚΗΣ ΠΟΛΙΤΙΚΗΣ

Αξιοποίηση & Ανάκληση Γνώσεων Επίλυση Απoριών στην προστιθέμενη 7η ώρα.

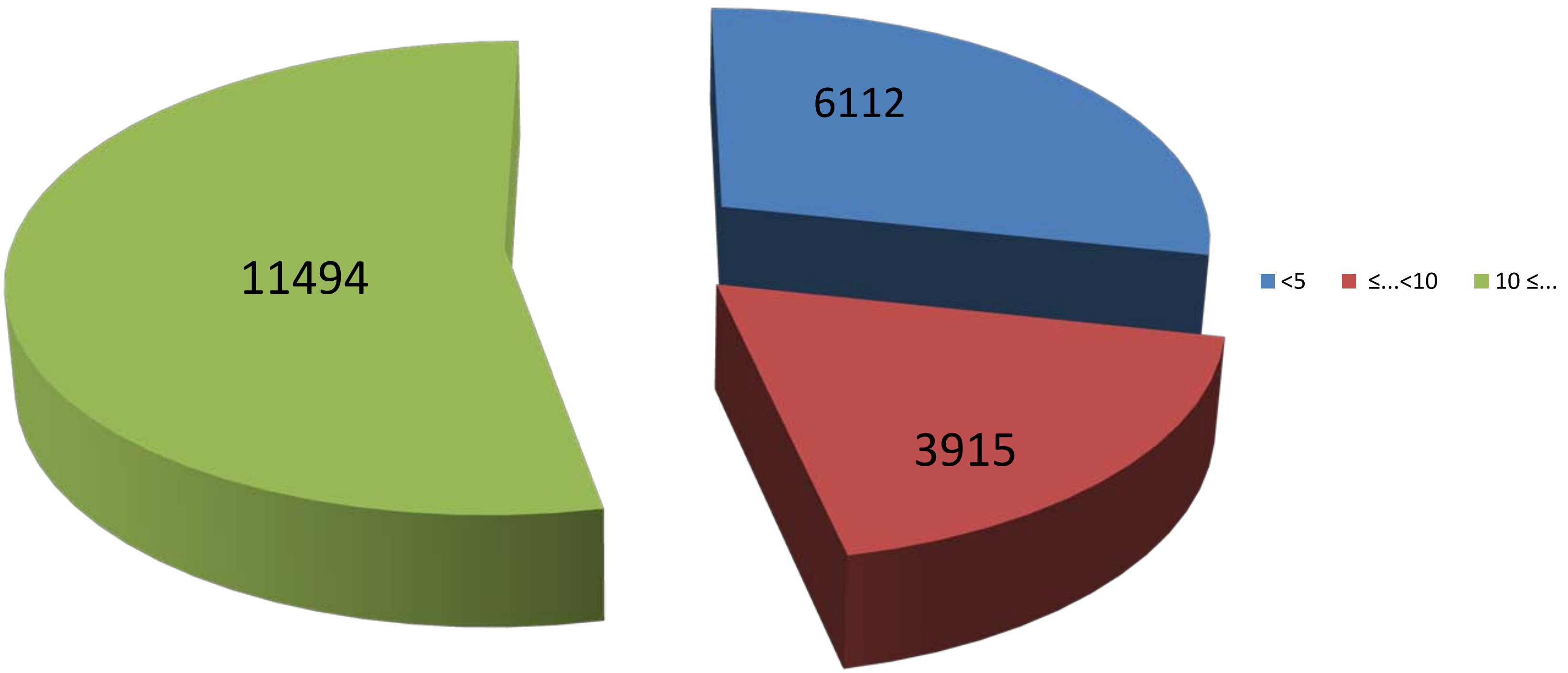
Ν.Σ. Μαυρογιάννης (MSc, PhD)
Σύμβουλος Α' Μαθηματικών Ι.Ε.Π.

Μέρος Α
Αξιοποίηση & Ανάκληση Γνώσεων
Παραδοχές

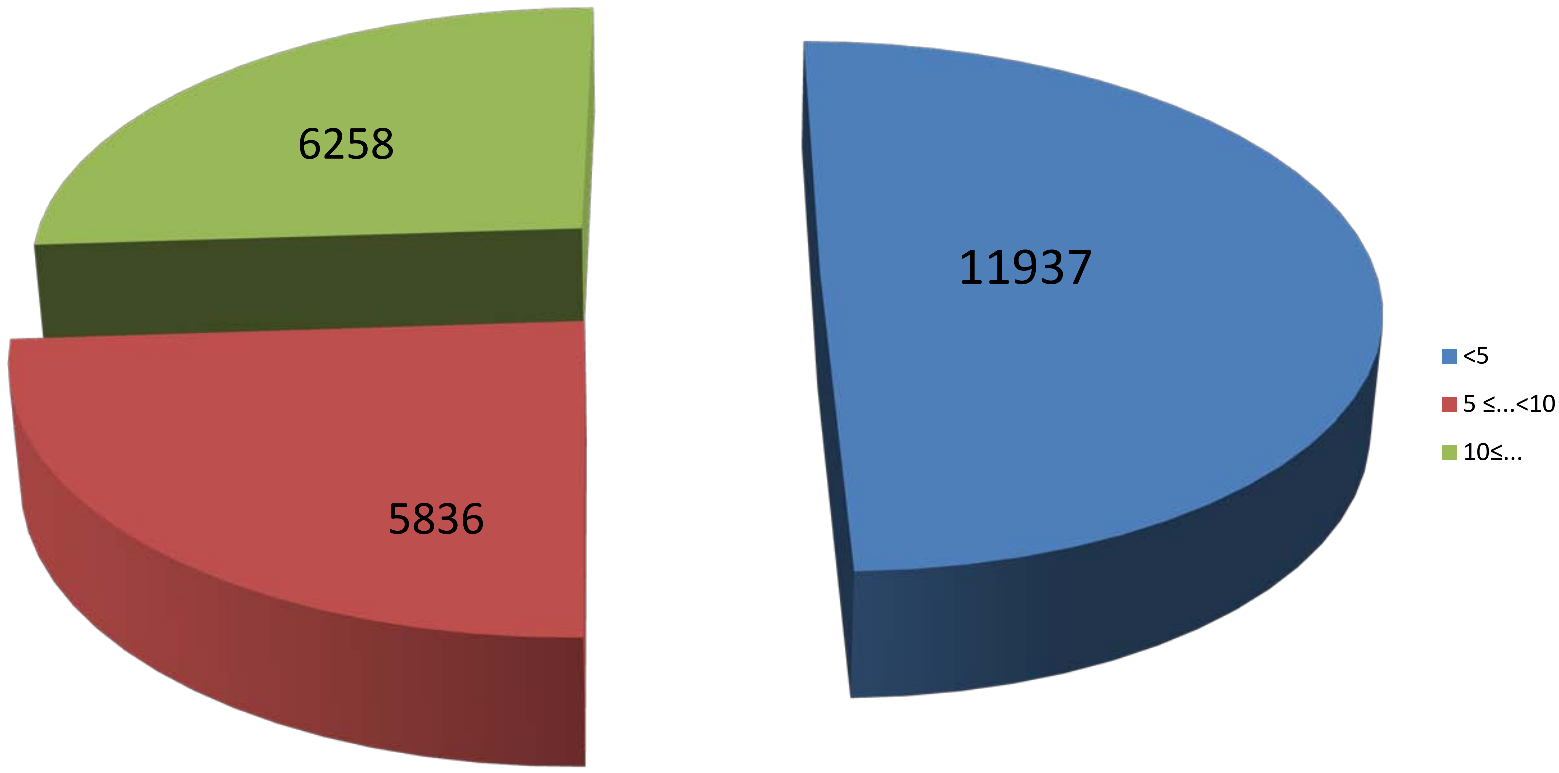
Παραδοχή 1. Προηγούμενες Μαθηματικές γνώσεις και δεξιότητες είναι ουσιώδεις στις μαθηματικές σπουδές της Γ Τάξης οι οποίες απαιτούν ένα είδος μαθηματικής ετοιμότητας.

Παραδοχή 2. Στο καθημερινό μάθημα και στις εξετάσεις διαπιστώνεται ότι η ετοιμότητα αυτή απουσιάζει από σημαντικό αριθμό μαθητών/τριών αριθμός που είναι σταθερός ή περιστασιακός.

ΘΕΤΙΚΩΝ ΣΠΟΥΔΩΝ - ΠΑΝΕΛΛΑΔΙΚΕΣ 2019



ΣΠΟΥΔΩΝ ΟΙΚΟΝΟΜΙΑΣ ΚΑΙ ΠΛΗΡΟΦΟΡΙΚΗΣ - ΠΑΝΕΛΛΑΔΙΚΕΣ 2019



Παραδοχή 3. Πρέπει να ληφθεί χωριστή μέριμνα με παρεμβάσεις ώστε ή όποια μαθηματική ανετοιμότητα να μην αποτελεί λόγο για ολική ή μερική παραίτηση από τα Μαθηματικά.

Δυνατότητες για το 2019-2020

- Προβλέπονται για την διδασκαλία 103 ώρες
- Διατίθενται: 6×25=150

Παλαιότερα:

- Με 5×25=125 η πλειονότητα των σχολείων ολοκλήρωνε την διδασκαλία της ύλης Μάρτιο-Απρίλιο και συνέχιζαν με επαναλήψεις.

Η ύλη ήταν περισσότερη (Μιγαδικοί Αριθμοί 12 ώρες +Συνάρτηση ολοκλήρωμα περίπου 8 ώρες)

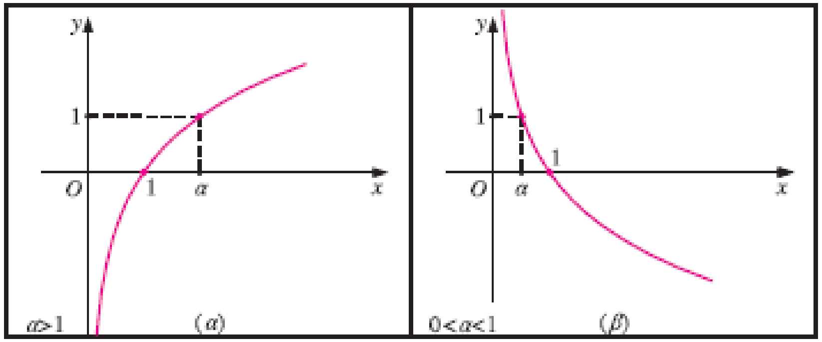
Ενδεικτικά Σημεία Παρέμβασης

1. Στην εισαγωγή νέας θεωρίας όπου μπορούν να γίνουν συνδέσεις που ανακαλούν προηγούμενες γνώσεις-δεξιότητες αλλά και επαναπλαισιώνουν την κατανόηση

2. Στην επίλυση μιας άσκησης με την παρεμβολή απαραίτητων θεωρητικών στοιχείων.

Παράδειγμα 1. Στην παράγραφο 1.2 μπορεί να γίνει **ουσιαστική** ανάκληση ιδιοτήτων-τεχνικών από τις συναρτήσεις.

Η λογαριθμική συνάρτηση $f(x) = \log_a x$, $0 < a \neq 1$.



18

Υπενθυμίζουμε ότι:

1) $\log_a x \quad y \Leftrightarrow a^y \quad x$

2) $\log_a a^x = x \qquad a^{\log_a x} \quad x$

3) $\log_a a = 1 \qquad \log_a 1 = 0$

4) $\log_a (x_1 x_2) = \log_a x_1 + \log_a x_2$

5) $\log_a \left(\frac{x_1}{x_2}\right) \quad \log_a x_1 \quad \log_a x_2$

6) $\log_a x_1^k \quad k \log_a x_1$

7) $a > 1, \quad : \log_a x_1 < \log_a x_2 \Leftrightarrow x_1 < x_2$

$0 < a < 1, \quad : \log_a x_1 < \log_a x_2 \Leftrightarrow x_1 > x_2$.

8) $a^x = e^{x \ln a}, \qquad a = e^{\ln a}$.

Οι παραπάνω τύποι ισχύουν με την προϋπόθεση ότι τα χρησιμοποιούμενα σύμβολα έχουν νόημα.
Με τη βοήθεια των παραπάνω γραφικών παραστάσεων μπορούμε να σχεδιάσουμε τις γραφικές παραστάσεις ενός μεγάλου αριθμού συναρτήσεων, όπως στην παρακάτω εφαρμογή.

Παράδειγμα 2.

Στην παράγραφο 2.1 μπορούν να γίνουν συνδέσσεις κλίσης ευθείας, συντελεστή διευθύνσεως, εφαπτ ομένης γωνίας ευθείας με x'x/

Καθώς το x τείνει στο x_0 με $x > x_0$, η τέμνουσα AM φαίνεται να παίρνει μια οριακή θέση ε (Σχ. 6α). Την ίδια οριακή θέση φαίνεται να παίρνει και όταν το x τείνει στο x_0 με $x < x_0$ (Σχ. 6β). Την οριακή θέση της AM θα μπορούσαμε να την ονομάσουμε εφαπτομένη της γραφικής παράστασης της f στο A. Επειδή η κλίση της τέμνουσας AM είναι ίση με $\frac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0}$, είναι λογικό να αναμένουμε ότι η εφαπτομένη της C_f στο σημείο $A(x_0, f(x_0))$ θα έχει κλίση το

$$\lim_{x\to x_0}\frac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0}.$$

Έτσι δίνουμε τον παρακάτω ορισμό.

ΟΡΙΣΜΟΣ

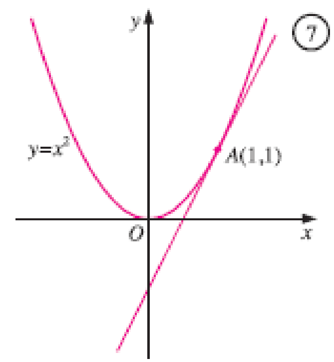
Έστω f μια συνάρτηση και $A(x_0, f(x_0))$ ένα σημείο της C_f. Αν υπάρχει το $\lim_{x\to x_0}\frac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0}$ και είναι ένας πραγματικός αριθμός λ, τότε ορίζουμε ως εφαπτομένη της C_f στο σημείο της A, την ευθεία ε που διέρχεται από το A και έχει συντελεστή διεύθυνσης λ.

Επομένως, η εξίσωση της εφαπτομένης στο σημείο $A(x_0, f(x_0))$ είναι

$$y - f(x_0) = \lambda(x - x_0),$$

όπου

$$\lambda = \lim_{x\to x_0}\frac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0}.$$



Για παράδειγμα, έστω η συνάρτηση $f(x) = x^2$ και το σημείο της $A(1,1)$. Επειδή

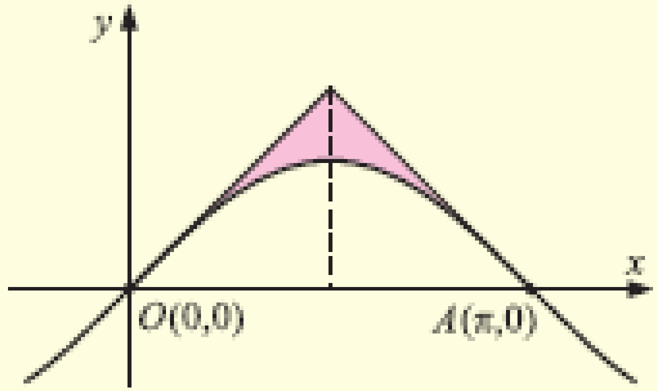
$$\lim_{x\to 1}\frac{f(x)-f(1)}{x-1} = \lim_{x\to 1}\frac{x^2-1}{x-1} = \lim_{x\to 1}(x+1) = 2,$$

ορίζεται εφαπτομένη της C_f στο σημείο της $A(1,1)$. Η εφαπτομένη αυτή έχει συντελεστή διεύθυνσης $\lambda = 2$ και εξίσωση $y - 1 = 2(x - 1)$.

8. Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = ημx$

i) Να βρείτε τις εξισώσεις των εφαπτομένων της C_f στα σημεία $O(0, 0)$ και $A(π, 0)$.

ii) Να βρείτε το εμβαδόν του χωρίου που περικλείεται από τη γραφική παράσταση της f και τις εφαπτόμενες στα σημεία O και A.



Η άσκηση 3.7 Β. 8 μπορεί να αξιοποιηθεί ώστε να γίνει ανάκληση της διαδικασίας υπολογισμού εμβαδού τριγώνου από τις συντεταγμένες.

Μέρος Β
Επίλυση Αποριών στην προστιθέμενη 7η ώρα.

Τι **δε μπορεί** να είναι η 7η ώρα

1. Μια επιπλέον ώρα για επίλυση ασκήσεων.

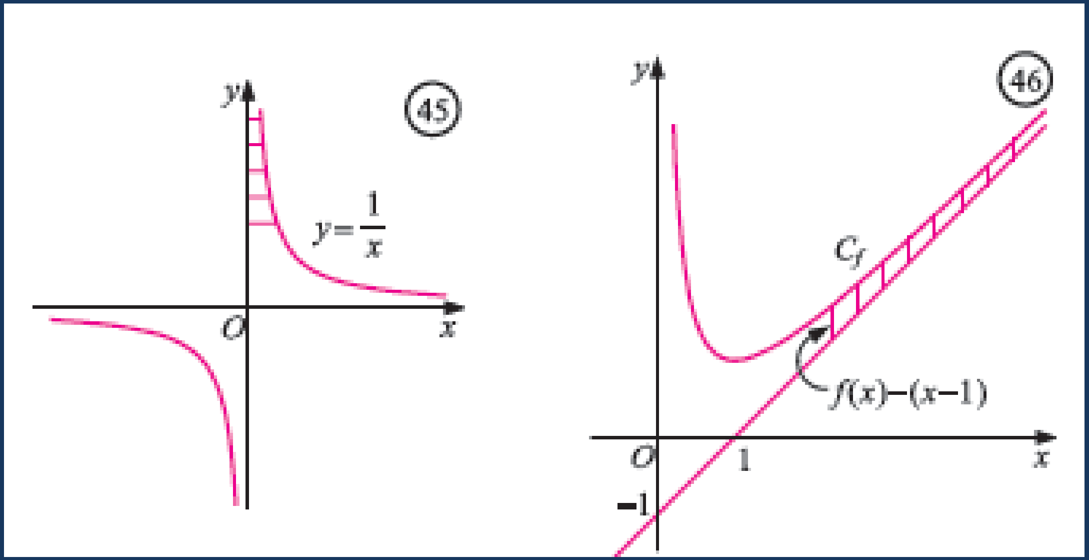
2. Μία ώρα «γραφείου» όπου απλώς θα υπάρχει η διαθεσιμότητα των διδασκόντων για επίλυση τυχόν αποριών.

Τι **μπορεί** να γίνει η 7η ώρα

1. Μία ώρα όπου με χρονική άνεση μπορούν να συζητηθούν απορίες και ποικίλες ερωτήσεις μαθητών που έπονται της συνηθισμένης διδασκαλίας.

2. Μία ώρα όπου από τον διδάσκοντα **προκαλούνται** απορίες.

3. Επιστέγασμα μιας συνεργασίας όπου σφυρηλατείται η κουλτούρα «ρωτάω για ότι δεν καταλαβαίνω».



Παράδειγμα 1.

Προκαλούμενη απορία για συζήτηση.

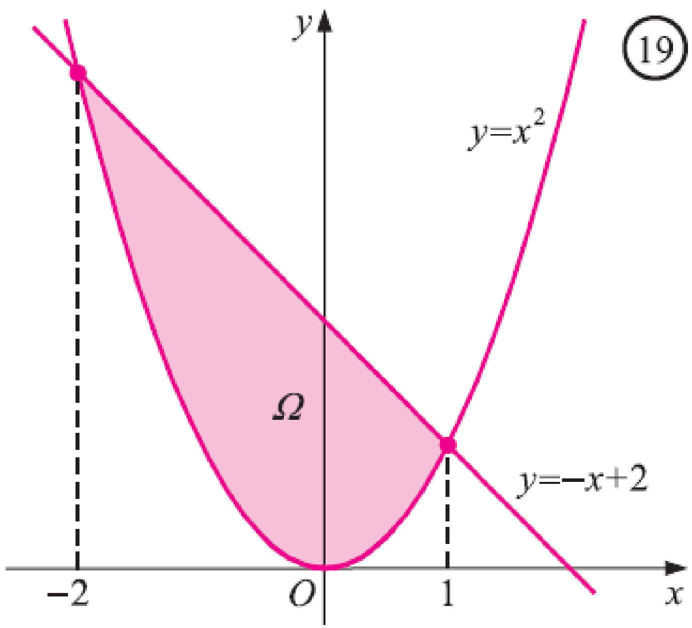
Στα σχήματα του βιβλίου στη 2.9 δεν φαίνεται οι ασύμπτωτοι να τέμνουν την γραφική παράσταση. Ισχύει γενικά;

Για παράδειγμα, το εμβαδόν του χωρίου Ω που περικλείεται από τις γραφικές παραστάσεις των συναρτήσεων $f(x)=-x+2$ και $g(x)=x^2$ (Σχ. 19) είναι ίσο με:

$$E(\Omega)=\int_{-2}^{1}[f(x)-g(x)]dx$$

$$=\int_{-2}^{1}(-x+2-x^2)dx$$

$$=\left[-\frac{x^2}{2}+2x-\frac{x^3}{3}\right]_{-2}^{1}=\frac{9}{2}.$$



Παράδειγμα 2.

Προκαλούμενη απορία:

Χρειάζονται άλλες αιτιολογήσεις στο παραπάνω; Αν ναι ποιές μπορεί να είναι;

Η στρεβλή παράκαμψη της μαθηματικής ετοιμότητας.

Πανελλήνιες 2015, 2ο Θέμα, Αυθεντική λύση από το 38 Βαθμολογικό

$$f(x) = \frac{x^2}{x^2+1}$$

$$f'(x) = \frac{2x}{(x^2+1)^2}$$

Χρειάζεται να βρεθεί το πρόσημο.

$$g(x) = 2x$$

Προφανής ρίζα x=0

$$g'(x) = 2$$

$$g \uparrow$$

$$x < 0 \Rightarrow g(x) < 0, \quad x > 0 \Rightarrow g(x) > 0$$

$$x < 0 \Rightarrow f'(x) < 0, \quad x > 0 \Rightarrow f'(x) > 0$$

Το μεταβατικό πρόγραμμα, εν τέλει, αποτελεί πρόκληση για προβληματισμό και επινοήσεις.

Σας ευχαριστώ.